

2023 年全國資訊學科能力競賽

2023.12.09

答題說明

1. 本次測驗所有題目輸出、輸入皆以標準輸入/輸出為之。
2. 請注意題目順序未依照難度排序。
3. 每一題之執行時限限制與記憶體限制以線上裁判系統顯示的設定值為準。

考試前請確認手機已關機。

請等待監考人員宣佈測驗開始才翻頁作答。

(此頁為空白頁)

A. 演化樹分析 (Agreement)

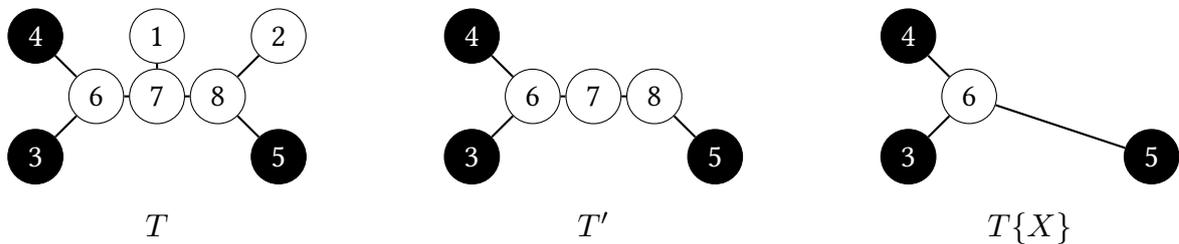
問題描述

彼得是一位生物學家。有次他在兩筆資料中分析同一群現存物種集合 $\Sigma = \{1, 2, \dots, n\}$ 間的演化關係，卻得到了不太一樣的演化樹，想知道這兩棵演化樹的類似程度。

一棵演化樹 T 是一棵無向無根樹 (undirected, unrooted tree)，其中葉節點為現存物種 $1, 2, \dots, n$ ，其他節點則為已滅絕物種。設 $v \in V(T)$ ，我們用 $\deg(v)$ 來表示與節點 v 相鄰的節點個數。在一棵演化樹中，每個代表已滅絕物種的節點 v 均有 $\deg(v) \geq 3$ 。對於一個現存物種的子集合 $X \subseteq \Sigma$ ，我們用 $T\{X\}$ 來代表 X 中的現存物種在 T 上的演化關係所形成的「演化子樹」，建構方式如下：

1. 對所有 X 中的任兩點，標記其在 T 上的簡單路徑，並將所有不在 X 且未被標記的點刪除以得到 T' 。
2. 從 T' 中不斷刪除滿足 $\deg(v) = 2$ 的非葉節點 v 以得到 $T\{X\}$ ：將與 v 連結的兩條邊合併成一條，並移除 v 。

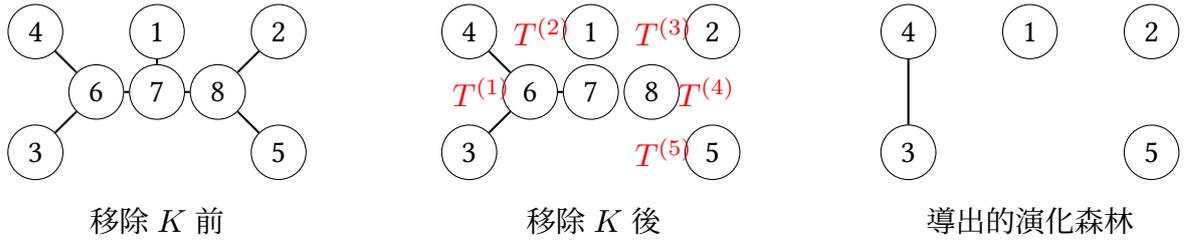
以下圖的演化樹 T 為例。 T 裡的現存物種集合為 $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，若取 $X = \{3, 4, 5\}$ ，則經步驟 1 後會得到 T' ，再經過步驟 2 後會得到 $T\{X\}$ 。注意當 $X = \emptyset$ 時，根據定義我們有 $T\{X\} = \emptyset$ 。



從一棵演化樹 T 中移除大小為 $k \geq 0$ 的任意邊集合 K ，可以得到 $k+1$ 棵子樹 $T^{(1)}, T^{(2)}, \dots, T^{(k+1)}$ ，其中每棵子樹 $T^{(i)}$ 上的物種在 T 中的演化關係都會構成一棵演化子樹，我們稱它們為從 T 中移除 K 所導出的演化森林。注意我們有

1. T 自身為移除 \emptyset 後導出的演化森林。
2. 若一棵子樹 $T^{(i)}$ 上沒有任何現存物種，對應的演化子樹為空。

以上圖中的 T 為例，移除 $K = \{(1, 7), (7, 8), (2, 8), (5, 8)\}$ 四條邊可以得到五棵子樹 $T^{(1)}, T^{(2)}, \dots, T^{(5)}$ ，接著導出演化森林：

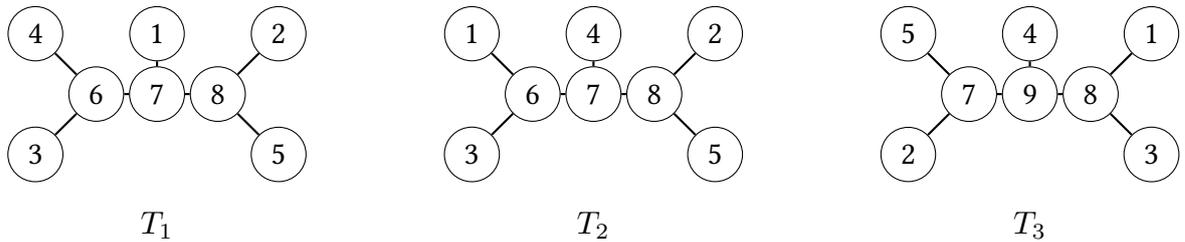


比較兩座現存物種相同的演化森林時，我們只關注現存物種間的關係，因此已滅絕物種（即非葉節點）的編號並不重要。設 F_1 與 F_2 為兩座現存物種相同的演化森林，若移除它們的非葉節點編號後變得完全相同，我們就稱 F_1 與 F_2 類似。更精確地說，我們稱 F_1 與 F_2 類似，若且唯若存在某個一對一函數 $\Phi : V(F_1) \rightarrow V(F_2)$ ，滿足

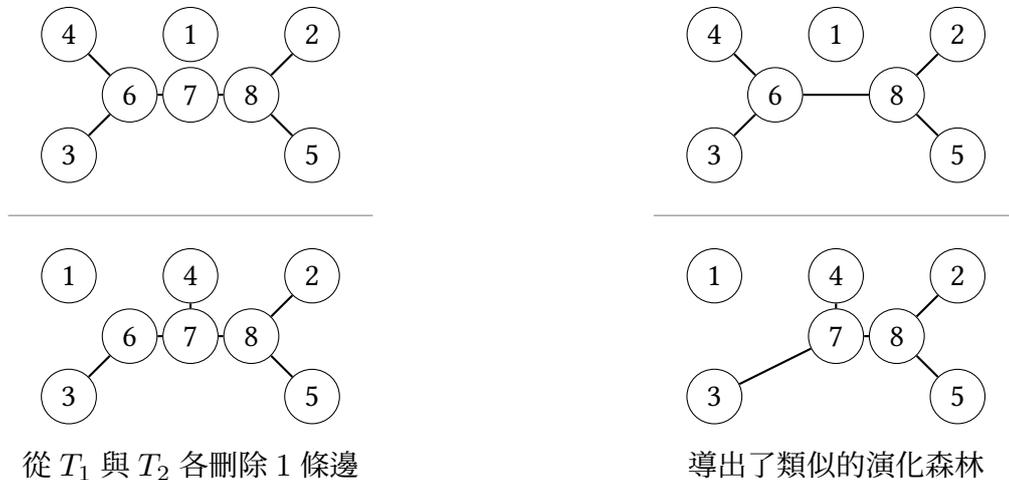
1. 對任意 $u \in \Sigma = \{1, 2, \dots, n\}$ ，我們有 $\Phi(u) = u$ 。
2. 對任意 $u, v \in V(F_1)$ ，我們有

$$(u, v) \in E(F_1) \iff (\Phi(u), \Phi(v)) \in E(F_2).$$

以下圖為例，如果將 T_1, T_2, T_3 的非葉節點編號都移除，會發現 T_1 與 T_2 不類似，而 T_2 與 T_3 類似。



設 T_1 與 T_2 為現存物種相同的兩棵演化樹。若存在從 T_1 與 T_2 中各刪除 k 條邊的方法，使得兩者導出的演化森林類似，則稱 T_1 與 T_2 的差異不大於 k ，而滿足此條件的最小整數 k^* 稱為 T_1 與 T_2 的差異數。如上圖中 T_2 與 T_3 的差異數為 0，而 T_1 與 T_2 的差異數為 1。



設從 T_1 與 T_2 中刪除的邊集合分別為 K_1 與 K_2 ，兩種刪除方法被視為不同若且唯若 K_1 不同或 K_2 不同。現給定兩棵物種集合均為 Σ 的演化樹 T_1, T_2 以及一個整數上限 k ，彼得想知道它們的差異數 k^* 是否不大於 k ；如果 $1 \leq k^* \leq k$ ，彼得也想知道有多少種從 T_1 和 T_2 中各刪除 k^* 條邊的方法，可以使它們導出類似的演化森林。

輸入格式

```

n m1 m2 k
u1 v1
u2 v2
:
un+m1-1 vn+m1-1
u'1 v'1
u'2 v'2
:
u'n+m2-1 v'n+m2-1
    
```

- n 代表現存物種集合 $\Sigma = \{1, 2, \dots, n\}$ 的大小。
- m_1 代表在 T_1 中已滅絕物種（以 $n + 1, n + 2, \dots, n + m_1$ 表示）的數量。
- m_2 代表在 T_2 中已滅絕物種（以 $n + 1, n + 2, \dots, n + m_2$ 表示）的數量。
- k 代表彼得設定的上限。
- u_i, v_i 代表 T_1 有一條邊從 u_i 連接到 v_i 。
- u'_i, v'_i 代表 T_2 有一條邊從 u'_i 連接到 v'_i 。

輸出格式

如果 $k^* = 0$ ，請輸出

```
0
```

如果 $1 \leq k^* \leq k$ ，請輸出

```
k*
S
```

其中 S 為一整數，代表從 T_1 與 T_2 中各刪除 k^* 條邊後導出的演化森林類似的刪除方法數。如果 $k^* > k$ ，請輸出

```
-1
```

測資限制

- $n \geq 2$ 。
- $0 \leq m_1 \leq 300 - n$ 。
- $0 \leq m_2 \leq 300 - n$ 。
- $k \in \{0, 1, 2\}$ 。
- $1 \leq u_i \leq n + m_1$ 。
- $1 \leq v_i \leq n + m_1$ 。
- $1 \leq u'_i \leq n + m_2$ 。
- $1 \leq v'_i \leq n + m_2$ 。
- 給定的 T_1 與 T_2 保證連通, 且
 1. 若 $u \in \{1, 2, \dots, n\}$, 則在 T_1 與 T_2 中 $\deg(u) = 1$ 。
 2. 若 $u \in \{n + 1, n + 2, \dots, n + m_1\}$, 則在 T_1 中 $\deg(u) \geq 3$ 。
 3. 若 $u \in \{n + 1, n + 2, \dots, n + m_2\}$, 則在 T_2 中 $\deg(u) \geq 3$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|---|---------------|
| 5 3 3 2 1 7 2 8 3 6 4 6 5 8 6 7 7 8 1 6 2 8 3 6 4 7 5 8 6 7 7 8 | 1 4 |
| 4 2 2 0 1 5 2 5 3 6 4 6 5 6 1 6 2 6 3 5 4 5 5 6 | 0 |
| 6 3 3 2 1 7 2 7 3 7 4 8 5 9 6 9 7 8 8 9 1 7 2 7 3 9 4 9 5 8 6 8 7 8 8 9 | 2 9 |

| | |
|---------|----|
| 6 1 4 2 | -1 |
| 1 7 | |
| 2 7 | |
| 3 7 | |
| 4 7 | |
| 5 7 | |
| 6 7 | |
| 1 7 | |
| 2 7 | |
| 3 8 | |
| 4 8 | |
| 5 9 | |
| 6 9 | |
| 7 10 | |
| 8 10 | |
| 9 10 | |

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|---------------------------------------|
| 1 | 21 | $k = 0$ |
| 2 | 13 | $k \in \{0, 1\}$ |
| 3 | 23 | $n + m_1 \leq 30$ 且 $n + m_2 \leq 30$ |
| 4 | 43 | 無額外限制 |

B. 人工智慧模擬 (AI Simulation)

問題描述

在 2023 年的現在人工智慧非常地流行。為了獲得人工智慧學習的資料，我們希望產生一個人工智慧機器人來模擬人類。首先，我們邀請一些受訪者進行調查。在調查中，我們找來了 n 位受訪者，並得到了每位受訪者的 k 項特徵。第 i 位受訪者的特徵可以用長度為 k 的 01 字串 $b_{i,1}b_{i,2}\dots b_{i,k}$ 表示，稱之為第 i 位受訪者的特徵序列。如果第 i 位受訪者符合第 j 特徵，則 $b_{i,j} = 1$ ，反之為 0。

我們做出來的人工智慧亦可以用特徵序列描述。為了讓作出來的人工智慧盡可能地接近人類，人工智慧的特徵序列 $q_1q_2\dots q_k$ 需要滿足以下規定：任意取人工智慧相異的 t 項特徵，都能找出一位在這 t 項特徵中完全相同的受訪者。更嚴謹地說，對任意下標序列 j_1, j_2, \dots, j_t ，其中 $1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_t \leq k$ ，都能找到某位受訪者 i ，滿足對任意 $l \in \{1, 2, \dots, t\}$ ，均有 $b_{i,j_l} = q_{j_l}$ 。並且由於倫理要求，人工智慧的特徵序列不可以與任何一個受訪者的特徵序列完全相同。

現在經費十分有限，你只能製作出最多擁有 3 項特徵的人工智慧，也就是特徵序列 $q_1q_2\dots q_k$ 中最多只能有 3 個位置為 1。請找出任一個合法且可以製作的人工智慧特徵序列；如果無法滿足條件，請輸出 none。

輸入格式

```

n k t
b1,1b1,2...b1,k
b2,1b2,2...b2,k
⋮
bn,1bn,2...bn,k

```

- n 為受訪者數量。
- k 為特徵序列長度。
- t 為需要相同的特徵數。
- $b_{i,j}$ 為第 i 位受訪者是否符合第 j 項特徵。
- 以上變數皆為整數。

輸出格式

如果存在合法且可以製作的人工智慧特徵序列 $q_1q_2 \dots q_k$ ，請輸出

$q_1q_2 \dots q_k$

其中 q_j 為此人工智慧是否符合第 j 項特徵。如果有多種合法的 $q_1q_2 \dots q_k$ ，輸出任一個即可。否則請輸出

none

測資限制

- $1 \leq n \leq 100$ 。
- $2 \leq t < k \leq 10$ 。
- $b_{i,j} \in \{0, 1\}$ 。
- n, t 與 k 皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|---|---------------|
| 8 6 2 010010 000000 000010 110111 011010 101110 100000 000001 | 000011 |
| 8 3 2 000 001 010 100 011 101 110 111 | none |

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|---|
| 1 | 3 | 輸入滿足 $n \leq 5$ ，且每位受訪者的特徵序列均有超過 3 個位置為 1 |
| 2 | 5 | 輸入滿足 $n \leq 5$ |
| 3 | 92 | 無額外限制 |

(此頁為空白頁)

C. 與自動輔助駕駛暢遊世界 (Autocopilot)

問題描述

知名汽車公司 EWM 在自家的汽車上加裝了最新的自動輔助駕駛 (auto co-pilot) 技術，讓汽車在駕駛人沒有給出明確指令的情況下，也能依據 AI 做出的決策前進。身為車主的小明，自然開始計畫使用這款具備自動輔助駕駛技術的汽車以暢遊世界。

這個世界可以看作一張有向圖 (directed graph) G ，其中 G 上的點 s 為小明目前的位置，點 t 為小明欲到達的終點。為了兼顧行車安全，EWM 的汽車在 G 上的行進期間，必須遵循有向邊 (directed edge) 的方向前進，不能逆向行駛；在此前提下，無論所在的位置為何，AI 都會從所有可以前進的方向中，均勻隨機地 (uniformly random) 選擇一個方向前進。舉例來說，若汽車目前在點 a ，而點 a 有三條向外的邊，分別連到點 b, c, d ，此時 AI 輔助駕駛會從點 b, c, d 中，以機率各為 $1/3$ 的方式選出一個前進。

為了讓駕駛人能控制汽車往他/她希望的方向前進，EWM 公司提供了以下的機制：在 AI 做出決策前，駕駛人可以支付 1 枚 EWM 公司發行的代幣，讓 AI 選擇駕駛人希望的方向。以上一個例子為例，若小明在點 a 時不希望 AI 做隨機選擇，而是直接選擇某個點（例如點 b ）前進，那麼他可以支付 1 枚代幣，控制 AI 直接選擇走向點 b 。請注意一次代幣支付僅限使用於一次選擇，亦即若汽車重新回到了同一個支付過代幣的點，AI 並不會直接往上一次支付代幣時指定的方向前進，而是會重新均勻隨機地做出選擇；如果駕駛人仍想指定汽車的前進方向，必須再次支付 1 枚代幣。

小明想要知道，他最少需要準備多少枚代幣，才能保證在抵達終點 t 前的任何時刻都存在一條從他的所在地抵達終點 t 的路徑。

輸入格式

```

n m
u1 v1
u2 v2
⋮
um vm
s t

```

- n 代表 G 的節點數。
- m 代表 G 的邊數。
- u_i, v_i 代表 G 有一條邊從 u_i 有向連接到 v_i 。
- s 代表小明目前的位置。
- t 代表小明欲到達的終點。

輸出格式

如果小明有辦法在支付一些代幣後到達 t ，請輸出

ans

其中 ans 代表最少需要支付的代幣數。否則，請輸出

-1

測資限制

- $1 \leq n \leq 3000$ 。
- $1 \leq m \leq 30000$ 。
- $1 \leq u_i \leq n$ 。
- $1 \leq v_i \leq n$ 。
- $1 \leq s \leq n$ 。
- $1 \leq t \leq n$ 。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ，若 $i \neq j$ ，則 $(u_i, v_i) \neq (u_j, v_j)$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--|---------------|
| 5 5 1 2 2 3 3 1 2 4 3 5 1 5 | 2 |
| 5 6 1 2 2 3 3 1 4 2 4 5 5 4 1 5 | -1 |
| 8 11 1 2 2 1 2 3 3 4 3 8 4 1 4 5 5 6 5 7 6 7 6 8 1 8 | 1 |

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|--|
| 1 | 4 | $m = n - 1$ ，且存在某個點 r 滿足從 r 出發可以到達 G 上的其他點 |
| 2 | 24 | G 不包含任何環 (cycle) |
| 3 | 31 | $n \leq 100, m \leq 1000$ |
| 4 | 41 | 無額外限制 |

(此頁為空白頁)

D. 共同子凸包 (Convex Hull)

問題描述

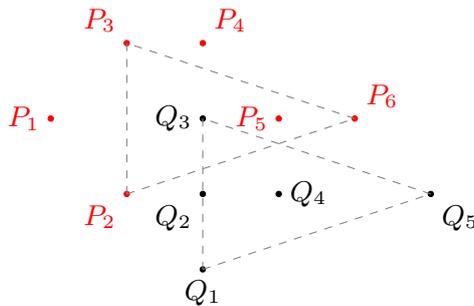
在數學上，一個點集 S 的凸包 (convex hull) 定義為包含 S 的最小凸集合，記作 $\text{Conv}(S)$ 。在平面上，若 S 為非空有限點集，則 $\text{Conv}(S)$ 為一包含內部與邊界的最小凸多邊形，或其退化形式。另一方面，設 E_1 與 E_2 為平面上的兩個點集。若存在某個二維向量 \mathbf{v} ，滿足

$$P \in E_1 \iff P + \mathbf{v} \in E_2,$$

則稱 E_1 與 E_2 經過平移後重合。

現給定平面上的有限點集 S_1 與 S_2 ，並考慮它們的非空子集 $T_1 \subseteq S_1$ 與 $T_2 \subseteq S_2$ 。已知子凸包 $\text{Conv}(T_1)$ 與子凸包 $\text{Conv}(T_2)$ 面積皆大於 0 且經過平移後重合，請求出 $\text{Conv}(T_1)$ 所有可能的面積。

以下展示兩個子凸包平移後重合的例子。



輸入格式

```

n m
x1 y1
x2 y2
⋮
xn yn
ξ1 η1
ξ2 η2
⋮
ξm ηm
    
```

- n 代表 S_1 的集合大小。
- m 代表 S_2 的集合大小。
- x_i, y_i 代表 S_1 包含點 (x_i, y_i) 。
- ξ_i, η_i 代表 S_2 包含點 (ξ_i, η_i) 。

輸出格式

| |
|----------|
| k |
| a_1 |
| a_2 |
| \vdots |
| a_k |

- k 代表若子凸包 $\text{Conv}(T_1)$ 與子凸包 $\text{Conv}(T_2)$ 經過平移後重合, $\text{Conv}(T_1)$ 所有可能的非 0 面積數。
- a_i 為一整數, 代表 $\text{Conv}(T_1)$ 所有可能的非 0 面積中, 第 i 小的數的兩倍。

測資限制

- $3 \leq n \leq 40$ 。
- $3 \leq m \leq 40$ 。
- $0 \leq x_i \leq 20$ 。
- $0 \leq y_i \leq 20$ 。
- $0 \leq \xi_i \leq 20$ 。
- $0 \leq \eta_i \leq 20$ 。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$, 若 $i \neq j$, 則 $(x_i, y_i) \neq (x_j, y_j)$ 。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, m\}$, 若 $i \neq j$, 則 $(\xi_i, \eta_i) \neq (\xi_j, \eta_j)$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--|------------------|
| 6 5 0 2 1 1 1 3 2 3 3 2 4 2 2 0 2 1 2 2 3 1 5 1 | 1 6 |
| 4 4 0 0 1 1 1 2 2 0 2 0 1 2 1 1 0 0 | 3 1 2 4 |
| 4 4 0 1 1 1 1 2 2 2 0 1 1 0 1 1 2 0 | 0 |

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

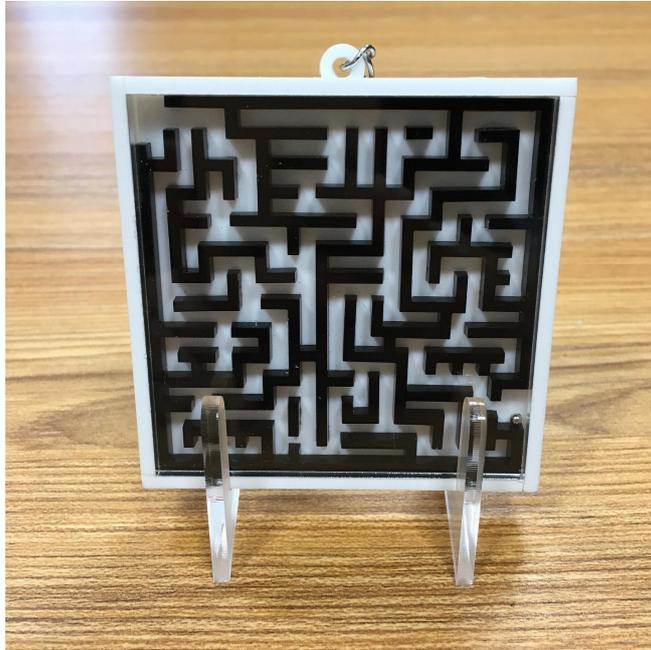
| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|---|
| 1 | 7 | 所有可能的非 0 面積必能從 T_1 與 T_2 中各選 3 個點得到 |
| 2 | 23 | $n + m \leq 30$ |
| 3 | 41 | $S_1 = S_2$ |
| 4 | 29 | 無額外限制 |

(此頁為空白頁)

E. 迷宮鑰匙圈 (Maze)

問題描述

小咪到夜市玩遊戲，贏得了一副鑰匙圈。這副鑰匙圈上有個迷宮面板，裡面有好幾顆小鋼珠：



圖片來源：FB 粉絲專頁「小藍貓 :3」(BlueCatFriends)

將鑰匙圈的面板向左或向右旋轉 90 度，可以使每顆仍在迷宮內的小鋼珠向下掉落，直到該小鋼珠掉出迷宮，碰到迷宮擋板，或碰到其他仍在迷宮內的小鋼珠為止。更明確地說，這座迷宮可以用 $N \times M$ 的二維矩陣表示，一次的 90 度旋轉會將迷宮變換為 $M \times N$ 的二維矩陣，其中

- 一次 90 度左旋轉會將位置 (i, j) 變換成位置 $(M - j + 1, i)$ 。
- 一次 90 度右旋轉會將位置 (i, j) 變換成位置 $(j, N - i + 1)$ 。

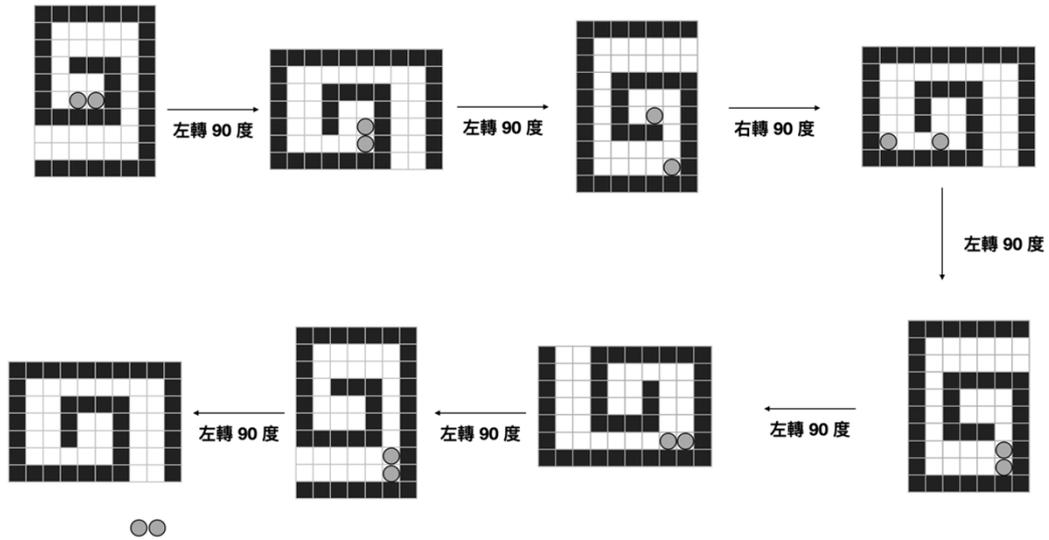
此外，若旋轉後位置 (i, j) 有一顆小鋼珠，則

- 若存在某個 $i' > i$ 滿足 (i', j) 為迷宮擋板，則
 1. 設最小的 i' 為 i^* 。
 2. 若 $(i, j), (i + 1, j), \dots, (i^* - 1, j)$ 間恰有 k 顆小鋼珠，則原位置 (i, j) 的小鋼珠會掉到位置 $(i^* - k, j)$ 。
- 否則，該小鋼珠將掉出迷宮。

給定迷宮與小鋼珠的起始位置，請算出至少需要向左或向右旋轉 90 度幾次，才能使每顆小鋼珠都

掉出迷宮。

以下是一個迷宮大小為 10×7 的例子：



輸入格式

```

n m
s1,1 s1,2 ... s1,m
s2,1 s2,2 ... s2,m
⋮
sn,1 sn,2 ... sn,m
    
```

- n 代表迷宮的列數。
- m 代表迷宮的行數。
- $s_{i,j}$ 代表位置 (i,j) 的狀態，以字元 **b**、**s**、**w** 表示，其中
 1. **b** 代表該格為空且有小鋼珠。
 2. **s** 代表該格為空且沒有小鋼珠。
 3. **w** 代表該格為迷宮擋板。

輸出格式

如果存在使每顆小鋼珠都掉出迷宮的旋轉方式，請輸出

ans

其中 ans 為一整數，代表所需的旋轉次數。否則，請輸出

-1

測資限制

- $1 \leq n \leq 15$ 。
- $1 \leq m \leq 15$ 。
- 對任意 $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ 與 $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ ， $s_{i,j}$ 只能是 b、s、或 w。
- 滿足 $s_{i,j}$ 為 b 的 (i, j) 對數介於 1 與 3 之間。
- 給定的迷宮保證不會有不穩定的狀態，亦即若 $s_{i,j}$ 為 b，則必定存在某個 $i^* > i$ 滿足
 1. $s_{i^*,j}$ 為 w。
 2. $s_{i,j}, s_{i+1,j}, \dots, s_{i^*-1,j}$ 均為 b。
- n 與 m 皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|---|---------------|
| <pre> 10 7 W W W W W W W W S S S S S W W S S S S S W W S W W W S W W S S S W S W W S b b W S W W W W W W S W S S S S S S W S S S S S S W W W W W W W W </pre> | 7 |
| <pre> 5 3 S W S S S S W b W W b W S W S </pre> | 5 |
| <pre> 5 3 S W S W S W S b S W b W S W S </pre> | -1 |

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|----------------|
| 1 | 37 | 迷宮裡的小鋼珠數量為 1 |
| 2 | 29 | 迷宮裡的小鋼珠數量不超過 2 |
| 3 | 34 | 無額外限制 |

F. 恐怖黑色魔物 (Monster)

問題描述

G 公司最近用黑科技在某個神秘的地方建立了新的研發總部。這座研發總部的形狀是個長方體，內部共有 F 層樓，每一層樓均有形狀大小相同且由 M 列 N 行組成的矩形房間。一個房間的位置以三個正整數 (p, q, r) 表示，代表該房間位於研發總部 p 樓的第 q 列第 r 行。

G 公司的員工均可以透過黑科技直接傳送至隔壁、樓下或樓上的房間。更明確地說，位於房間 (p, q, r) 的 G 公司員工，

1. 當 $p > 1$ 時，可傳送至房間 $(p - 1, q, r)$ 。
2. 當 $p < F$ 時，可傳送至房間 $(p + 1, q, r)$ 。
3. 當 $q > 1$ 時，可傳送至房間 $(p, q - 1, r)$ 。
4. 當 $q < M$ 時，可傳送至房間 $(p, q + 1, r)$ 。
5. 當 $r > 1$ 時，可傳送至房間 $(p, q, r - 1)$ 。
6. 當 $r < N$ 時，可傳送至房間 $(p, q, r + 1)$ 。

G 公司為了節省員工的用餐休息時間，在其中的 R 個房間開設了餐廳，方便員工在研發總部內直接用餐。但餐廳的食物會滋生一種恐怖的黑色魔物，有一部分的 G 公司員工非常害怕這種恐怖的黑色魔物，因此不敢在這些餐廳用餐。

你的上司 K 先生特別害怕這種恐怖的黑色魔物。他總認為這些恐怖的黑色魔物，也能透過黑科技，在研發總部裡自由穿梭。他定義了「黑色恐怖距離」：若一個房間至少須使用 d 次黑科技傳送，才能抵達餐廳，則該房間的黑色恐怖距離就是 d 。對 K 先生來說，黑色恐怖距離越小就越恐怖，因次他每次在研發總部內移動時，都會計算該如何使用黑科技，才能讓途中經過的房間，最小的黑色恐怖距離最大。作為 K 先生下屬的你，打算撰寫一個程式，幫助 K 先生快速算出在最不恐怖的路徑上，所經過的房間裡黑色恐怖距離的最小值。

輸入格式

```
F M N
R
p1 q1 r1
p2 q2 r2
⋮
pR qR rR
Q
a1 b1 c1 x1 y1 z1
a2 b2 c2 x2 y2 z2
⋮
aQ bQ cQ xQ yQ zQ
```

- F 代表 G 公司研發總部的樓層數。
- M 代表 G 公司研發總部的列數。
- N 代表 G 公司研發總部的行數。
- R 代表 G 公司研發總部的餐廳數。
- (p_i, q_i, r_i) 代表 G 公司研發總部內第 i 間餐廳的位置。
- Q 代表 K 先生計畫移動的次數。
- (a_i, b_i, c_i) 代表 K 先生計畫第 i 次移動的起點。
- (x_i, y_i, z_i) 代表 K 先生計畫第 i 次移動的終點。

輸出格式

```
d1*
d2*
⋮
dQ*
```

- d_i^* 代表 K 先生第 i 次移動時，所有可能的路徑中，最小黑色恐怖距離的最大值。

測資限制

- $1 \leq F \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq M \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq N \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq FMN \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq R \leq FMN$ 。
- $1 \leq p_i \leq F$ 。
- $1 \leq q_i \leq M$ 。
- $1 \leq r_i \leq N$ 。
- $1 \leq Q \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq a_i \leq F$ 。
- $1 \leq b_i \leq M$ 。
- $1 \leq c_i \leq N$ 。
- $1 \leq x_i \leq F$ 。
- $1 \leq y_i \leq M$ 。
- $1 \leq z_i \leq N$ 。
- 對任意 $i, j \in \{1, 2, \dots, R\}$, 若 $i \neq j$, 則 $(p_i, q_i, r_i) \neq (p_j, q_j, r_j)$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--|------------------|
| 3 3 3 3 1 1 1 2 2 2 3 3 3 4 1 3 3 3 1 1 1 2 2 3 2 2 1 2 3 1 2 3 1 1 1 3 3 3 | 2 1 2 0 |
| 1 1 3 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 3 | 0 |

評分說明

本題共有五組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|--|
| 1 | 6 | $F = R = 1, MN \leq 100, Q \leq 100$ |
| 2 | 21 | 對任意 $i \in \{1, 2, \dots, Q\}$ ，均有 $(a_i, b_i, c_i) = (x_i, y_i, z_i)$ |
| 3 | 4 | $FMN \leq 3000$ |
| 4 | 25 | $Q = 1$ |
| 5 | 44 | 無額外限制 |

G. 博物館 (Museum)

問題描述

在 H 國有一座博物館，陳列了 n 件作品在一條直線的走廊上。從門口開始，由左至右，放置於第 i 個位置的作品價值為 c_i 。

今日有重要的貴賓要蒞臨博物館，但是因為行程緊湊，貴賓只能觀賞最接近門口，也就是最左邊的 k 件作品。為了提升博物館的形象，博物館館長打算把一些貴重的作品移至前方。亦即把價值最高的前 k 件作品移至最左邊的 k 個位置。

因為博物館中的作品都非常地珍貴，每一次搬動，都只能交換相鄰的兩件作品，並且為了最小化損壞作品的風險，館長要求要用最少次數的搬動來完成。

給定當前每件作品的價值，請輸出最少的搬動次數以完成館長的要求。

輸入格式

```
 $n$   $k$   
 $c_1$   $c_2$  ...  $c_n$ 
```

- n 表示作品的數量。
- k 表示貴賓欣賞的作品數量。
- c_i 表示當前放置於第 i 個位置的作品價值。

輸出格式

```
 $m$ 
```

- m 為滿足館長要求的最少搬動次數。

測資限制

- $1 \leq k \leq n \leq 10^5$ 。
- $1 \leq c_i \leq 10^9$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--------------------|---------------|
| 5 3 1 2 3 4 5 | 6 |
| 6 2 2 3 2 3 2 3 | 3 |

評分說明

本題共有三組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|--|
| 1 | 3 | $n \leq 500$ 且 c_1, c_2, \dots, c_n 兩兩相異 |
| 2 | 19 | c_1, c_2, \dots, c_n 兩兩相異 |
| 3 | 78 | 無額外限制 |

H. 整數的迴文分解法 (Palindrome)

問題描述

H 教授是一位密碼學專家，他現在正在研究如何對一個正整數做特殊分解，因而發明了正整數的迴文分解法，其分解方法如下：對於一個正整數 n ，把 n 分解成 k 個正整數 x_1, x_2, \dots, x_k 的和，滿足 $n = x_1 + x_2 + \dots + x_k$ ，且 x_1, x_2, \dots, x_k 由左讀到右和由右讀到左相同。

當兩種分解法分解出來的正整數數量不同，或是出現的次序不同時，則視為不同的分解法。更嚴謹地說，設 $n = a_1 + a_2 + \dots + a_k = b_1 + b_2 + \dots + b_l$ 為兩種迴文分解法。若 $k \neq l$ ，或者 $k = l$ 但存在 $i \in \{1, 2, \dots, k\}$ 使得 $a_i \neq b_i$ ，則視為不同的分解法。例如正整數 6 有 8 種迴文分解法，分別是

1. 6；
2. $2 + 2 + 2$ ；
3. $3 + 3$ ；
4. $2 + 1 + 1 + 2$ ；
5. $1 + 4 + 1$ ；
6. $1 + 1 + 2 + 1 + 1$ ；
7. $1 + 2 + 2 + 1$ ；
8. $1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$ 。

給定一個正整數 n ，請寫一支電腦程式去計算 n 有多少種不同的迴文分解法。因為這個數字可能很大，你只要求出方法數除以 $10^9 + 7$ 的餘數就行了。

輸入格式

| |
|--|
| t n_1 n_2 \vdots n_t |
|--|

- t 代表你的電腦程式需要處理的正整數 n 的個數。
- n_i 代表第 i 筆詢問的正整數 n 。

輸出格式

```
ans1
ans2
⋮
anst
```

- ans_i 代表 n_i 的迴文分解方法數除以 $10^9 + 7$ 的餘數。

測資限制

- $1 \leq t \leq 10^4$ 。
- $1 \leq n_i \leq 10^{15}$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--------------|---------------|
| 2 | 2 |
| 3 | 8 |
| 6 | |

評分說明

本題共有四組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|--------------------------------|
| 1 | 10 | 輸入的 n_i 兩兩相異，且 $n_i \leq 30$ |
| 2 | 30 | $n_i \leq 1000$ |
| 3 | 10 | $n_i \leq 10^6$ |
| 4 | 50 | 無額外限制 |

I. 對戰機器馬 (Race)

問題描述

這天，小齊與小田各派出 n 隻機器馬進行 n 回一對一的對戰，雙方的出賽順序均已排定且不得再更改。已知對於 $1 \leq i \leq n$ ，小齊第 i 場出賽的機器馬原始戰力是 a_i ，小田第 i 場的機器馬原始戰力則是 b_i ，且 $0 \leq a_i, b_i < P$ ，其中 P 是一個給定的正整數。每一場對戰時，戰力高者獲勝。

小田為了贏取更多的勝利，研發出了能調整這些機器馬戰力的燃料，每一種燃料有一個魔力值 m ，當原始戰力 b_i 的機器馬使用了魔力值 m 的燃料，戰力就會變成 $(b_i + m)\%P$ ，這裡 $\%$ 表示取餘數的運算。對小田來說，如果每一隻機器馬都可以挑選不同魔力值的燃料，當然就太好了，但是由於某些限制，小田只能生產出最多兩種燃料，且每一隻機器馬都必須使用恰一種燃料才可以。換句話說，小田可以選擇兩個非負整數 s 與 t ，若 $(b_i + s)\%P > a_i$ 或 $(b_i + t)\%P > a_i$ ，則小田可以贏得第 i 場比賽的勝利。小田希望能挑選出兩種魔力值，以獲得最多的勝利。請計算並輸出小田的最大勝利場次數。請注意，小田的每一隻機器馬必須使用所生產的兩種燃料之一，即使原先戰力已經勝過對方的機器馬也必須挑選其中之一使用。

舉例來說，假設 $P = 10$ ，小齊與小田的原始戰力如下表。若小田選擇生產魔力值 $s = 1$ 與 $t = 6$ 的兩種燃料，那麼他可以戰勝 5 場比賽。另，小田沒有戰勝 6 場以上比賽的可能，因此所求答案是 5。

| | | | | | | | |
|-------------------|-------------|-------------|---|-------------------|---|-------------|-------------|
| 小齊戰力 a_i | 6 | 7 | 9 | 4 | 8 | 5 | 5 |
| 小田戰力 b_i | 3 | 7 | 6 | 9 | 9 | 1 | 5 |
| $s = 1$ 與 $t = 6$ | $3 + 6 > 6$ | $7 + 1 > 7$ | | $(9 + 6)\%10 > 4$ | | $1 + 6 > 5$ | $5 + 1 > 5$ |

輸入格式

```

n P
a1 a2 ... an
b1 b2 ... bn

```

- n 代表比賽的回合數，同時也是小齊和小田各自派出的機器馬數量。
- P 代表計算戰力用的參數。
- a_i 代表小齊第 i 場出賽的機器馬原始戰力。
- b_i 代表小田第 i 場出賽的機器馬原始戰力。

輸出格式

| |
|-----|
| ans |
|-----|

- ans 代表小田的最大勝利場次數。

測資限制

- $1 \leq n \leq 2 \times 10^5$ 。
- $1 \leq P \leq 10^9$ 。
- $0 \leq a_i < P$ 。
- $0 \leq b_i < P$ 。
- 輸入的數皆為整數。

範例測試

| Sample Input | Sample Output |
|--|---------------|
| 5 6 3 1 5 3 4 0 2 3 4 0 | 4 |
| 7 10 6 7 9 4 8 5 5 3 7 6 9 9 1 5 | 5 |

評分說明

本題共有五組子任務，條件限制如下所示。每一組可有一或多筆測試資料，該組所有測試資料皆需答對才會獲得該組分數。

| 子任務 | 分數 | 額外輸入限制 |
|-----|----|----------------------------|
| 1 | 5 | $n \leq 100, P \leq 100$ |
| 2 | 7 | $n \leq 100, P \leq 10000$ |
| 3 | 17 | $n \leq 5000$ |
| 4 | 40 | 對於所有 i , $b_i \leq a_i$ |
| 5 | 31 | 無額外限制 |